CAPES DE MATHEMATIQUES

EPREUVE SUR DOSSIER

DOSSIER N° 12

Question :

Présenter un choix d'exercices sur le thème suivant :

Exemples d'approches et d'applications du raisonnement par récurrence dans des domaines variés.

Pour au moins l'un de ces exercices, la résolution doit faire appel à l'utilisation d'une calculatrice.

Consignes pour l'épreuve : (cf. BO n° spécial 5 du 21/10/1993)

Pendant votre préparation (deux heures), vous devez rédiger **sur les fiches mises à votre disposition,** un résumé des commentaires que vous développerez dans votre exposé et **les énoncés** de vos exercices. La qualité de ces fiches interviendra dans l'appréciation de votre épreuve. Le terme « exercice » est à prendre au sens large ; il peut s'agir d'applications directes du cours, d'exemples ou contre-exemples venant éclairer une méthode, de situations plus globales ou plus complexes utilisant éventuellement des notions prises dans d'autres disciplines.

Vous expliquerez dans votre exposé (25 minutes maximum) la façon dont vous avez compris le sujet et les objectifs recherchés dans les exercices présentés : acquisition de connaissances, de méthodes, de techniques, évaluation. Vous analyserez la pertinence des différents outils mis en jeu.

Cet exposé est suivi d'un entretien (20 minutes minimum).

Annexes :

Vous trouverez page suivante, en annexe, quelques références aux programmes ainsi qu'une documentation conseillée.
Ces indications ne sont ni exhaustives, ni impératives ; en particulier, les références aux programmes ne constituent pas le plan de l'exposé.

ANNEXE AU DOSSIER N° 12

Référence aux programmes :

Dans « Généralités à propos d'une formation scientifique en première et en terminale S » :

La démonstration est constitutive de l'activité mathématique et les élèves doivent en prendre conscience. Faire en sorte que les élèves puissent concevoir des démonstrations dans leur globalité, puis en détailler les différentes étapes, a toujours été et reste un objectif essentiel de tout enseignement des mathématiques en France. ... Le niveau de rigueur exigible pour une démonstration dépend de l'expérience de l'élève dans le domaine où cette démonstration se situe ... La déduction usuelle (par implication ou équivalence) et la manipulation du contre-exemple ont été travaillées en seconde; des problèmes bien choisis permettront d'aborder en première le raisonnement par contraposition, par l'absurde ou par disjonction des cas ; le raisonnement par récurrence relève de la classe de terminale. La démonstration doit garder un caractère vivant et personnel et il convient d'éviter qu'elle n'apparaisse comme une activité relevant d'un protocole trop rigide.

Extraits du programme de Terminale S :

Raisonnement par récurrence Suite monotone, majorée, minorée, bornée.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites et nécessitant l'utilisation de raisonnements par récurrence. On s'appuiera sur un traitement tant numérique (avec outils de calcul : calculatrice ou ordinateur) que graphique ou algébrique.	On présentera le principe de récurrence comme un axiome.

Extraits du programme de Terminale L, option facultative :

Somme des termes d'une suite arithmétique ou géométrique.	On étudiera des exemples variés s'appuyant avant tout sur les suites arithmétiques et géométriques étudiées en première, ainsi que sur des suites à support géométrique, obtenues en itérant une construction de figure.	Le principe de récurrence pourra être utilisé, mais sans être formalisé.
Exemples de suites définies par récurrence.	On mettra avant tout en œuvre la relation de récurrence pour le calcul des premiers termes.	Ce travail pourra être fait sur calculatrice ou tableur.

Extraits du programme de Terminale ES :

Suites monotones, majorées, minorées, bornées. Suites convergentes.		(...) on utilisera le raisonnement par récurrence dans les situations où il est nécessaire.

Exemples de suites vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+1} = a\,u_n + b$.	Sur des exemples, on étudiera le comportement global et asymptotique de suites de ce type ; le cas échéant, on introduira la suite géométrique associée.
Exemples de suites vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+2} = a\,u_{n+1} + b\,u_n$.	On traitera des situations conduisant à des suites définies par une relation de récurrence linéaire d'ordre deux : l'objectif est avant tout de comprendre la genèse de telles suites et d'en calculer les premiers termes à la main, à la calculatrice ou avec un tableur.

Documentation conseillée :

Manuels de Terminales S et ES.